

### Exercice - M0315

Quelques suites simples présentant des propriétés originales et simples à démontrer, pour un élève de lycée. Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $q \neq -1$  et de premier terme  $u_0$ .

1. On pose

$$v_n = u_n + u_{n+1} \quad w_n = u_n \cdot u_{n+1} \quad t_n = \frac{w_n}{v_n}$$

Quelle est la nature de la suite  $(t_n)$  ?

2. Soit  $(u_n)$  la suite définie par

$$u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$$

Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a  $u_{n+4} = u_n$ .