Exercice - M0137

Déterminer la limites des suites définies par :

1. $a_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2}$
2. $b_n = n \cdot \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\exp\left(-\frac{n}{k}\right)}{k^2}$
3. $c_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sin\left(\frac{k}{n}\right) \cdot \sin\left(\frac{k}{n^2}\right)$

Indication : Pour cette dernière suite, on montrera que : $\forall x \in [0;1] \quad x - \dfrac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$