

Exercice - M0002

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 1 \quad u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad v_0 = \sqrt{2} \quad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

1. Etudier la suite (w_n) définie par $w_n = v_n - u_n$.
2. Montrer que pour tout n entier naturel $u_n \leq v_n$.
3. Etudier les variations de (u_n) et (v_n) .
4. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes et ont même limite.
5. Calculer la limite des suites.

D'après Exercices 127 page 37 du manuel Indice Terminale S